الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الدورة الاستثنائية: 2017

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{3}{4}u_n + 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = \dfrac{3}{4}v_n + 1 \end{cases}.$$

1) احسب الحدّين: u_1 و v_1 .

2) أ) اكتب $u_{n+2} - u_{n+1}$ بدلالة $u_{n+1} - u_n$.

ب) باستعمال البرهان بالتراجع برهن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما والمتتالية (v_n) متناقصة تماما.

3) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $w_n = u_n - v_n$.

برهن أنّ المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدّها الأوّل w_0 ثم عبّر عن w_n بدلالة n.

4) بيّن أنّ المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;1;-1)$ ، $B(2;-1;-1)$ و $C(4;-4;-2)$

والمستوي (P) ذا المعادلة الديكارتية : $x - 2y + 2z - 3 = 0$.

1) بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا.

2) بيّن أنّ المستويين (P) و (ABC) غير متوازيين.

3) تحقق أنّ الجملة : $\begin{cases} x = -2 + \alpha - 3\beta \\ y = 6 - 2\alpha + 5\beta \quad ; \ (\alpha \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{R}) \\ z = \beta \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستوي (ABC).

4) جد تمثيلا وسيطيا لــ (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (ABC).

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2)(z^2+2z+4) = 0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ حيث: $\|\vec{u}\| = 2cm$.

لتكن النقط A ، B و C التي لاحقاتها: $z_A = 2$ ، $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z}_B$ ($\overline{z}_B$ هو مرافق z_B)

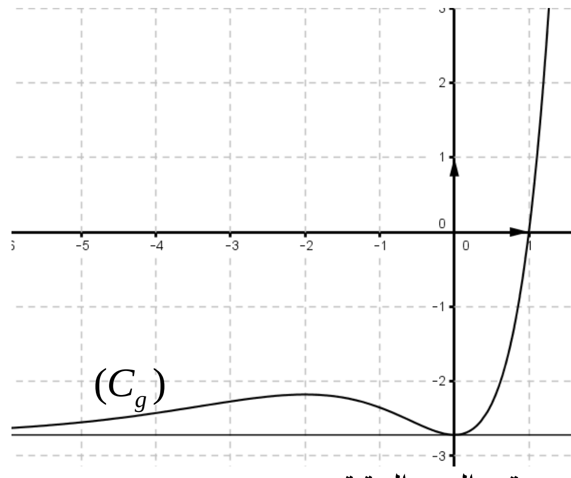
1) أ) اكتب العدد z_B على الشكل الأسّي ثمّ استنتج الشكل الأسّي للعدد المركب z_C .

ب) عين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ، ثمّ أنشئ النقط A ، B و C .

2) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة O ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للتشابه S ثم عين لاحقة كل من A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C على الترتيب بالتشابه S ثم أنشئ في المعلم السابق النقط A' ، B' و C' .

ب) احسب بالسنتمتر المربع مساحة المثلث $A'B'C'$.



التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^2e^x - e$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (كما هو في الشكل المقابل).

– احسب $g(1)$.

– بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب النهايات الآتية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّ المنحنى (γ) الذي معادلته : $y = e^{-x} - 2$ والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ).

3) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا : $f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$.

4) استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

5) بين كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة: $x \mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق.

6) ليكن n عددا طبيعيا و $A(n)$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين (C_f) و (γ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = -e^n$ و $x = -e^{n+1}$.

احسب العدد الحقيقي l حيث $l = A(0) + A(1) + \cdots + A(2016)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(-8;0;-2)$ ، $B(1;2;1)$ ، $C(2;3;-1)$ و $E(1;1;4)$ والمستوي (P) ذا المعادلة: $2x+y-3=0$.

1) أ) بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا.

ب) عيّن قيمة العدد الحقيقي α حتّى يكون $\vec{n}(1;\alpha;-1)$ شعاعاً ناظما للمستوي (ABC) ثم عيّن معادلة ديكارتية له.

2) بيّن أنّ المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ)، ثمّ تحقّق أنّ النقطة E تنتمي إلى (Δ) و $\vec{u}(1;-2;7)$ شعاع توجيه له.

3) لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-2),(C;3)\}$، نرمز بـ (Γ) الى مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $(\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC})\cdot(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$

عيّن إحداثيات النقطة G، ثمّ حدّد طبيعة المجموعة (Γ) واكتب معادلة ديكارتية لها.

4) عين إحداثيات نقط تقاطع (P) ، (ABC) و (Γ).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{3x+1}{x+3}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ والمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$.

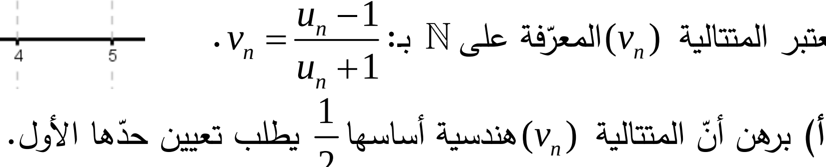
α عدد حقيقي موجب، (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 حيث $u_0=\alpha$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

I) عيّن قيمة α حتّى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

II) نضع في كل ما يلي $\alpha=5$

1) أ) انقل الشكل المقابل ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 (دون حساب الحدود)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.



2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$.

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ يطلب تعيين حدّها الأول.

ب) عبّر بدلالة n عن v_n و u_n ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_n+v_{n+1}+\cdots+v_{n+2016}$.

ثمّ استنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n=\dfrac{1}{u_n+1}+\dfrac{1}{u_{n+1}+1}+\dfrac{1}{u_{n+2}+1}+\cdots+\dfrac{1}{u_{n+2016}+1}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A=-3-2i$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=4-3i$.

1) عيّن النسبة وزاوية للتشابه المباشر S ذي المركز A والذي يحوّل النقطة B إلى النقطة C.

2) اكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$ ، ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) نرمز بـ G الى مركز ثقل المثلث ABC و بـ I الى منتصف القطعة $[AC]$

عيّن كلاً من z_G و z_I لاحقتي النقطتين G و I ، ثمّ بيّن أنّ النقط B، G و I في استقامية.

4) نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة إلى I، حدّد بدقة طبيعة الرباعي $ABCD$.

5) نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|=5\sqrt{2}$.

أ) تحقق أنّ النقطة C تنتمي الى (Γ).

ب) عيّن طبيعة المجموعة (Γ) ثم أنشئها .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر f الدالة العددية المعرّفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=\frac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب النهايتين: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-\frac{1}{2}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين بيانيا.

2) أ) بيّن أنّ: من أجل كل x من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f'(x)=\frac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) حل في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثمّ استنتج إشارة $f(x)$.

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثييها، ثمّ انشئ (C_f).

II) لتكن الدالة g المعرفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $g(x)=2[-x+\ln(2x+1)]$.

1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

أ) بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,2<\alpha<1,3$

ب) استنتج إشارة $g(x)$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n أكبر تماما من 1 : $I_n=\int_n^{n+1} f(x)dx$.

- أثبت أن: من أجل كل $x\geq\frac{3}{2}$ ، $0<f(x)<\frac{1}{2x+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضوع الأول		
التمرين الأول : (04 نقاط)		
1) $u_1=\frac{7}{4}$ و $v_1=\frac{11}{2}$.	0.25×2	00.50
2) أ) $u_{n+2}-u_{n+1}=\frac{3}{4}(u_{n+1}-u_n)$.	00.50	02.00
ب) لدينا $u_1-u_0>0$. نفرض $u_{n+1}-u_n>0$ ، و بالتالي: $\frac{3}{4}(u_{n+1}-u_n)>0$ أي: $u_{n+2}-u_{n+1}>0$ إذن من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n>0$ و (u_n) متزايدة تماما. بنفس الطريقة نثبت أن (v_n) متناقصة تماما.	00.75 00.75	
3) من أجل كل عدد طبيعي n: $w_{n+1}=u_{n+1}-v_{n+1}=\frac{3}{4}w_n$ إذن: المتتالية (w_n) هندسية . أساسها $\frac{3}{4}$ و حدها الأول w_0 حيث: $w_0=-5$.	0.25 0.25×2	00.75
4) لدينا المتتالية (u_n) متزايدة تماما والمتتالية (v_n) متناقصة تماما و $\lim\limits_{x\to+\infty}(u_n-v_n)=\lim\limits_{x\to+\infty}w_n=\lim\limits_{x\to+\infty}(-5)\left(\frac{3}{4}\right)^n=0$ و منه المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتين .	0.25 0.25×2	00.75
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) الشعاعان $\overrightarrow{AB}(1,-2,0)$ و $\overrightarrow{AC}(3,-5,-1)$ غير مرتبطين خطيا.	0.25×3	00.75
2) تبيين أنّ المستويين (P) و (ABC) غير متوازيين. أي إثبات أن الشعاع $\vec{n}(1,-2,2)$ (ناظم لـ (P)) غير عمودي على $\overrightarrow{AB}$.	0.75	00.75
3) التحقق أن الجملة المعطاة تمثيل وسيطي لـ (ABC) . لدينا: $\begin{cases}1=-2+\alpha-3\beta\\1=6-2\alpha+5\beta\\-1=\beta\end{cases}$ تكافئ $(\alpha,\beta)=(0,-1)$ و $\begin{cases}2=-2+\alpha-3\beta\\-1=6-2\alpha+5\beta\\-1=\beta\end{cases}$ تكافئ $(\alpha,\beta)=(1,-1)$ و $\begin{cases}4=-2+\alpha-3\beta\\-4=6-2\alpha+5\beta\\-2=\beta\end{cases}$ تكافئ $(\alpha,\beta)=(0,-2)$. إذن الجملة تمثيل وسيطي لـ (ABC)	0.5×3	01.50

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
01.00	00.50 00.50	4) إيجاد تمثيل وسيطي لـ (Δ): لدينا $(-2+\alpha-3\beta)-2(6-2\alpha+5\beta)+2(\beta)-3=0$ يكافئ: $\alpha=\frac{11}{5}\beta+\frac{17}{5}$. $(\Delta):\begin{cases} x=\frac{7}{5}-\frac{4}{5}\beta \\ y=-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\beta \ ,(\beta\in\mathbb{R}) \\ z=\beta \end{cases}$
		التمرين الثالث: (05 نقاط)
01.00	0.25×4	**I.** $\Delta=-12$ و مجموعة حلول المعادلة المعطاة هي: $\{2;-1+\sqrt{3}i;-1-\sqrt{3}i\}$
02.00	0.25+0.5	**II.1** أ) $z_B=2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ و بالتالي $z_C=\overline{z_B}=2e^{i\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}$.
	00.50 00.25 00.50	ب) لدينا : $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_C\rvert=2$ أي: $OA=OB=OC=2$ إذن : النقط: A ، B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها مبدأ المعلم O وطول نصف قطرها 2. في إنشاء النقط نستعين بالدائرة والمستقيم ذو المعادلة : $x=-1$.
02.00	00.50 3×0.25 00.25	2) أ) $S:\ z'=\frac{1}{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}\cdot z$. $z_{A'}=e^{i\frac{2\pi}{3}}$ ، $z_{B'}=e^{i\frac{4\pi}{3}}$ ، $z_{C'}=1$. الإنشاء: يستعان بالدائرة التي مركزها النقطة O وطول نصف قطرها 1، أو استعمال خصائص وعناصر التشابه S .
	2×0.25	ب) $S_{ABC}=12\sqrt{3}\ cm^2$ ومنه : $S_{A'B'C}=\frac{1}{4}S_{ABC}=3\sqrt{3}\,cm^2$.

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الرابع : (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>
I) $g(1)=0$.
تعيين إشارة $g(x)$:
<table>
<tr><th>x</th><th>$-\infty$ 1 $+\infty$</th></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>$-$ 0 $+$</td></tr>
</table>
استنتاج إشارة $g(-x)$.
<table>
<tr><th>x</th><th>$-\infty$ -1 $+\infty$</th></tr>
<tr><td>$g(-x)$</td><td>$+$ 0 $-$</td></tr>
</table>
</td><td>00.25
00.5
00.5</td><td>01.25</td></tr>
<tr><td>
II) 1) حساب نهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-2$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)=+\infty$
$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=-\infty$
</td><td>4×0.25</td><td>01.00</td></tr>
<tr><td>
2) تبيين أنّ المنحني (γ) الذي معادلته : $y=e^{-x}-2$ و (C_f) متقاربان بجوار $(-\infty)$:
$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-\left(e^{-x}-2\right)\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}-\frac{e}{x}=0$
دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (γ).
<table>
<tr><th>x</th><th>$-\infty$</th><th>0</th><th>$+\infty$</th></tr>
<tr><td>الوضع النسبي لـ (C_f) و (γ)</td><td>(C_f) فوق (γ)</td><td>||</td><td>(C_f) تحت (γ)</td></tr>
</table>
</td><td>00.50
00.50</td><td>01.00</td></tr>
<tr><td>
3) من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا : $f'(x)=\frac{-g(-x)}{x^2}$.
</td><td>00.50</td><td>00.50</td></tr>
<tr><td>
4) إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(-x)$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$
جدول تغيّرات الدالة f f .
<table>
<tr><th>x</th><th>$-\infty$ -1 0</th><th>0 $+\infty$</th></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$ 0 $+$</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘ $2e-2$ ↗ $+\infty$</td><td>$-\infty$ ↗ -2</td></tr>
</table>
</td><td>00.50
00.25</td><td>00.75</td></tr>
<tr><td>
5) طريقة رسم (γ) : هو صورة منحنى الدالة $x\mapsto e^{-x}$ بالانسحاب الذي شعاعه $-2\vec{j}$
و(منحنى الدالة $x\mapsto e^{-x}$ هو نظير منحنى الدالة $x\mapsto e^{x}$ بالنسبة الى محور التراتيب)
رسم المنحنيين (γ) و (C_f)في نفس المعلم.
</td><td>00.5
01.00</td><td>01.50</td></tr>
<tr><td>
6) $A(n)$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين (C_f) و (γ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=-e^{n}$ و $x=-e^{n+1}$.
$A(n)=\int_{-e^{n+1}}^{-e^{n}}\left(f(x)-\left(e^{-x}-2\right)\right)dx=\left[-e\ln|x|\right]_{-e^{n+1}}^{-e^{n}}=e\ (u.a)$
$l=A(0)+A(1)+\cdots+A(2016)=2017e$ (u.a)
</td><td>00.50
00.50</td><td>01.00</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضوع الثاني		
التمرين الأول : (04 نقاط)		
1) أ) $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا ومنه A ، B و C تعين مستويا.	00.25	1.250
ب) تعيين قيمة α حتى يكون $\vec{n}(1;\alpha;-1)$ شعاعاً ناظما للمستوي (ABC): نجد $\alpha=-3$ – المعادلة الديكارتية لـ (ABC) هي: $x-3y-z+6=0$.	00.5 00.50	
2) المستويين (ABC) و (P) متقاطعان وفق مستقيم (Δ): $\overrightarrow{n_P}$ و $\vec{n}$ غير مرتبطين خطيا. التحقق أن النقطة $E(1;1;4)$ تنتمي إلى (Δ): $E\in(ABC)$ و $E\in(P)$. $\vec{u}(1;-2;7)$ شعاع توجيه لـ (Δ): $\vec{u}\cdot\vec{n}=0$ و $\vec{u}\cdot\overrightarrow{n_P}=0$	00.25 00.25 2×0.25	01.00
3) إحداثيات النقطة G: $\left(-2,\frac{5}{2},-\frac{7}{2}\right)$. المجموعة (Γ) هي المستوي الذي يشمل G و $\overrightarrow{CB}$ ناظمي له. $2x+2y-4z-15=0$ معادلة لـ (Γ).	00.25 00.25 00.50	01.00
4) نقط تقاطع (P) و (ABC) و (Γ) $[(ABC)\cap(P)]\cap(\Gamma)=(\Delta)\cap(\Gamma)=\{H\}$ و $H\left(\frac{1}{10};\frac{14}{5};-\frac{23}{10}\right)$.	00.50 00.25	00.75
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
I) (u_n) ثابتة من أجل: $\alpha=1$	00.50	00.50
II) 1) أ) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 (دون حساب الحدود) على حامل محور الفواصل.	4×0.25	01.50
ب) التخمين: المتتالية (u_n) متناقصة تماما و متقاربة نحو 1.	2×0.25	
2) أ) إثبات أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدها الأول هو : $v_0=\frac{u_0-1}{u_0+1}=\frac{2}{3}$.	2×0.25	01.25
ب) $v_n=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، $u_n=\dfrac{3+2\left(\frac{1}{2}\right)^n}{3-2\left(\frac{1}{2}\right)^n}=\dfrac{1+\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n}$ ، $\lim\limits_{x\to\infty}u_n=1$	3×0.25	
3) $S_n=v_n+v_{n+1}+\cdots+v_{n+2016}=\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2017}\right]$. استنتاج بدلالة n المجموع S'_n: $S'_n=-\frac{1}{2}(S_n-2017)$	00.50 00.25	00.75

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	

مجموع	مجزأة	التمرين الثالث: (05 نقاط)
00.75	3×0.25	1) العبارة المختصرة للتشابه S: $z_C - z_A = ke^{i\theta}(z_B - z_A)$ ومنه: نسبة التشابه $\sqrt{2}$ و $-\frac{\pi}{4}$ زاوية له.
01.00	2×0.25 0.5	2) $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = -i = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ المثلث ABC متساوي الساقين و قائم في B.
01.00	2×0.25 00.50	3) $z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{2}{3} - \frac{4}{3}i$ ، $z_I = \frac{z_A + z_C}{2} = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$ تبيان أنّ النقط B، G و I في استقامية: $\frac{z_G - z_I}{z_B - z_I} = \frac{1}{3}$ (تقبل أي طريقة أخرى)
01.00	01.00	4) – طبيعة الرباعي ABCD هو مربع
01.25	00.50	5) أ) نتحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ): $\left\Vert\overrightarrow{CA}\right\Vert = \left\vert z_A - z_C\right\vert = 5\sqrt{2}$
	00.50 00.25	ب) $\left\Vert\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\Vert = 5\sqrt{2}$ تكافئ $IM = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ المجموعة (Γ) هي الدائرة التي مركزها I ونصف قطرها $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
		التمرين الرابع: (07 نقاط)
01.00	0.25×2 0.25×2	I. أ) 1) $\lim_{x \to -\frac{1}{2}^{>}} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ المنحني يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x = -\frac{1}{2}$ و $y = 0$ بجوار $+\infty$
01.50	+00.50 00.25	2) أ– من أجل كل x من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f'(x) = \frac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$ و إشارتها
	2×0.25 0.25	ب– اتجاه التغير: الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left]-\frac{1}{2},0\right]$ و متناقصة تماما على المجال $[0,+\infty[$. – جدول التغيرات
00.75	00.50 00.25	3) حل في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة $f(x) = 0$: $f(x) = 0$ معناه $x = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{e}} - 1\right)$ إشارة $f(x)$:

x	$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{e}}-1\right)$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
4) من أجل كل x من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f''(x)=\frac{16(-1+3\ln(2x+1))}{(2x+1)^4}$	00.25	01.75
$f''(x)=0$ يكافئ: $x=\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{2}$	00.25	
جدول الإشارة: x : $-\frac{1}{2}$ ، $\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{2}$ ، $+\infty$ ؛ $f''(x)$: $-$ ، 0 ، $+$	00.25	
إذن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω إحداثياتها : $\left(\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{2};\frac{5}{3}e^{-\frac{2}{3}}\right)$	00.25	
إنشاء المنحنى (C_f).	00.75	
II. 1) أ- من أجل كل x من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $g'(x)=\frac{2(1-2x)}{(2x+1)^2}$	00.25	01.50
g متزايدة تماما على المجال $\left]-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ و متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$	2×0.25	
ب- المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1{,}2<\alpha<1{,}3$.	00.50	
جـ- إشارة $g(x)$: x : $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، α ، $+\infty$ ؛ $g(x)$: $-$ ، 0 ، $+$ ، 0 ، $-$	00.25	
2) اثبات أن: من أجل كل $x\geq\frac{3}{2}$ ، $0<f(x)<\frac{1}{2x+1}$.		00.50
من أجل كل $x\geq\frac{3}{2}$ ، $f(x)-\frac{1}{2x+1}=\frac{g(x)}{(2x+1)^2}$. و منه $0<f(x)<\frac{1}{2x+1}$.	00.25	
لدينا $0<I_n<\frac{1}{2}\ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)$ و بالتالي: $\lim_{n\to+\infty}I_n=0$.	00.25	